

Zygmunt KRUK

*Military Institute of Armoured and Automotive Technology
 (Wojskowy Instytut Techniki Panczernej i Samochodowej)*

MARKOWSKI MODEL PROCESU EKSPLOATACJI SAMOCHODÓW Z OCZEKIWANIEM

Markov model of the operations & maintenance process of vehicles scheduled to be operated

Streszczenie: Artykuł dotyczy modelowania eksploatacji samochodów z oczekiwaniem na użytkowanie. Taką specyficzną własnością charakteryzuje się proces eksploatacji samochodów w systemie wojskowym. Przedstawiony model procesu eksploatacji samochodów z oczekiwaniem, przy zastosowaniu teorii łańcuchów Markowa zawiera istotne dla specyfiki eksploatacji pojazdów z oczekiwaniem wskaźniki i mierniki, tj. wadliwość napraw, intensywność napraw, intensywność użytkowania oraz intensywność uszkodzeń. Model ten pozwala na kwantyfikację wpływu wprowadzonych zmian w praktyce eksploatacyjnej lub wpływu zmian planowanych jako prognoza, co przedstawiono na przykładach.

Słowa kluczowe: procesy Markowa, modelowanie, proces eksploatacji z oczekiwaniem, samochody, gotowość, ocena, analiza

Abstract: The article is dedicated to the modelling of operations & maintenance of vehicles scheduled to be operated. This specific feature is illustrative of the vehicle operation process in the military system. The presented model of the operation process of vehicles scheduled to be operated, using the Markov chain theory, contains indicators and measures essential for the vehicle operation, i.e. repair defectiveness, repair intensity, usage intensity and failure intensity. This model enables to quantify the impact of the introduced changes in operational practice or changes planned as a forecast, which is shown in the examples.

Keywords: Markov processes, modelling, operation processes, vehicles, readiness, assessment, analysis

1. Wprowadzenie

Specyficzną własnością eksploatacji samochodów w systemie wojskowym jest to, że w procesie eksploatacji oprócz stanu użytkowania (pracy) samochodu i stanu jego obsługi (podtrzymywania lub odnawiania zdolności) występuje stan oczekiwania na pracę [6,7,11]. Czas oczekiwania jest zmienną losową o wartości oczekiwanej znacznie przekraczającej czas pracy [6,7].

W tej sytuacji oddziaływanie czynników wymuszających procesy zużywania się elementów pojazdu w eksploatacji związane jest zarówno z realizowanym procesem roboczym, jak również z oddziaływaniem czynników środowiskowych. Postacie uniezdatnień wiążą się z dającymi się wyróżnić rodzajami destrukcyjnych procesów, takich jak: procesy starzeniowe, a w szczególności korozja, procesy zmęczeniowe, zużywania się i inne [13].

Prowadzone badania w praktyce eksploatacyjnej [7] wykazały, że w rezultacie tej degradacji dochodzi często do uszkodzenia samochodu w czasie wyczekiwania na pracę i z tego powodu wystąpienie stanu niezdatności. Jego ujawnienie najczęściej następuje przy próbie użycia. Oznacza to, że zdarzenia te w procesie eksploatacji samochodu z oczekiwaniem powodują powstanie stanu utajonej niezdatności, co wpływa na gotowość funkcjonalną samochodów w losowej chwili. Stan ten powstaje również w wyniku przekazywania samochodów do użytkowania (oczekiwania) w stanie niezdatnym, jako skutek błędów w procesie odnowy zdolności i błędów w organizacji odbioru z naprawy.

Kwantyfikacja wpływu tych zdarzeń na gotowość samochodu wymaga w tym przypadku modelu gotowości, który uwzględniłaby w analizie procesu eksploatacji wpływ stanu utajonej niezdatności samochodów na gotowość funkcjonalną w dowolnej chwili ich użycia.

Ponieważ brak takiego aspektu ujęcia w dostępnej literaturze [2–4,6,11], w niniejszym opracowaniu podjęto próbę budowy modelu procesu eksploatacji samochodów z uwzględnieniem stanu oczekiwania na uruchomienie przez samochody z nieujawnionymi wadami obsługiwanymi (utajona niezdatność) oraz uszkodzone w czasie oczekiwania na uruchomienie.

Z przeglądu modeli procesów eksploatacji obiektów technicznych wynika, że do modelowania często ma zastosowanie teoria Markowa [3,4,6–9,12]. Zaproponowany model procesu eksploatacji z oczekiwaniem uwzględnia istotne dla tej specyfiki eksploatacji pojazdów stany procesu oraz przejścia między nimi opisane następującymi parametrami: wadliwość napraw, intensywność napraw, intensywność użytkowania oraz intensywność uszkodzeń. Model w tym ujęciu może być przydatny do analizy i oceny gotowości samochodów w systemie informacyjnym wspomaganie zarządzanie eksploatacją [1,5,14,15].

2. Podstawowe właściwości teorii dotyczącej łańcuchów i procesów Markowa

Cechą charakterystyczną łańcuchów Markowa jest to, że na stan procesu w momencie t_n bezpośredni wpływ ma tylko stan, w którym znajdował się proces w momencie t_{n-1} , nie ma zaś bezpośredniego wpływu stan procesu, jaki występował w momentach t_{n-2} , t_{n-3} .

Wyróżnia się cztery klasy procesów stochastycznych: procesy dyskretne w stanach i czasie, dyskretne w stanach i ciągle w czasie, ciągle w stanach i dyskretne w czasie, ciągle w stanach i czasie [10].

Proces stochastyczny Markowa dyskretny w stanach i czasie opisany jest zbiorem stanów $j \in E$ oraz zbiorem parametrów czasowych $T = \{t : t \geq 0\}$. Proces stochastyczny Markowa w formie łańcuchów będzie określony, jeżeli w momencie $t = 0$, oraz dla dowolnych $t : \tau < t \in T$, znany będzie stan procesu oraz prawdopodobieństwa przejścia ze stanu i do stanu j dla wszystkich i oraz $j \in E$.

Przejścia pomiędzy stanami występują z określonym prawdopodobieństwem i określoną intensywnością. Parametry charakterystyki tworzą macierze prawdopodobieństw oraz intensywności przejść międzystanowych.

Z własności procesów Markowa dyskretnych w stanach i ciągłych w czasie wynika, że znając macierz intensywności przejść oraz wektor rozkładu prawdopodobieństwa dla dowolnego momentu (t_0); $p(t_0) = [p_1(t_0), p_2(t_0), \dots]$, można wyznaczyć wektor rozkładu prawdopodobieństwa dla dowolnego momentu czasowego $t > t_0$, rozwiązując wektorowe równanie różniczkowe (1).

$$\frac{d}{dt} [p(t)] = p(t)\Lambda(t) \quad (1)$$

gdzie:

$\Lambda(t)$ – macierz intensywności przejść,

$p(t)$ – wektor rozkładu prawdopodobieństwa.

Jeżeli modelowany proces eksploatacji jest ergodyczny, to układ równań można rozwiązać dla warunków granicznych jako równania algebraiczne, bowiem $p'(t) = 0$.

Po rozwiązaniu układu równań otrzymuje się wówczas wzory wyrażające prawdopodobieństwa przebywania pojazdu w wyróżnionych stanach w funkcji parametrów procesu. Wzory te można wykorzystać do budowy wskaźników gotowości i obciążenia obsługi.

3. Markowski model procesu eksploatacji samochodów z oczekiwaniem

Specyfiką eksploatacji samochodu z oczekiwaniem jest to, że w dowolnej chwili może on znajdować się w jednym z czterech stanów, tj.: obsługiwanego, funkcjonowania lub oczekiwania na funkcjonowanie jako zdalny technicznie lub będący w stanie oczekiwania na uruchomienie jako niezdatny (utajona niezdatność) z nieujawnionymi wadami obsługiwanego lub uszkodzony w czasie oczekiwania na uruchomienie.

Proces eksploatacji samochodów opisany według teorii Markowa będzie zbiorem stanów eksploatacyjnych E i relacji między nimi. Zbiór stanów wynika ze stanów procesu E będących podzbiorem $E \subset \Omega$ iloczynu kartezjańskiego (2),

$$\Omega = (Z, N) \times (U_{cz}, U_B, Ob) \quad (2)$$

gdzie: U_{cz} – stan, praca (ruch) użytkownika,
 U_B – stan, oczekiwanie (postój, przechowywanie),
 Ob – stan, obsługiwane, naprawianie;

oraz dwa stany zdalności samochodu, tj.:

Z – stan zdalny,
 N – stan niezdatny.

Relacje (R) między stanami E opisują elementy macierzy przejść.

Elementy składowe macierzy intensywności przejść między stanami $\lambda_{ij}(t)$ wyrażane są jako iloczyn (3)

$$\lambda_{ij}(t) = \lambda_{ii}(t)p_{ij} \quad (3)$$

gdzie: $\lambda_{ii}(t)$ – intensywność wyjścia ze stanu e_i ,
 p_{ij} – prawdopodobieństwo przejścia ze stanu e_i do stanu e_j .

Intensywność przejścia $\lambda_{ij}(t)$ procesu ze stanu i do stanu j jest odwrotnością średniego czasu (T) trwania w tym stanie. Zaś prawdopodobieństwo przejścia ze stanu i do stanu j będzie wynikać z wartości parametrów, które identyfikują intensywność procesu użytkownika, intensywność uszkodzeń samochodu, intensywność obsługiwanego oraz jakości obsługiwanego wyrażoną prawdopodobieństwem wadliwie wykonanej odnowy zdalności i wadliwej organizacji odbioru pojazdu po wykonanej odnowie.

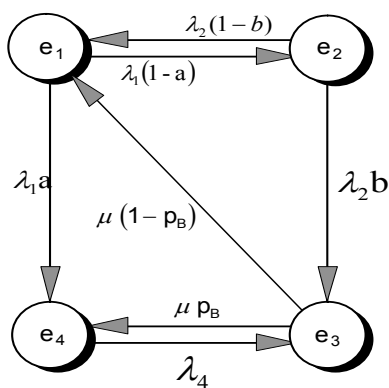
W zbiorze E wystąpi podzbiór stanów $E_Z \subset E$, w których samochód jest zdalny do pracy (gotowy) i podzbiór stanów $E_N \subset E$, zawierający samochody niezdatne.

W przyjętym układzie w aspekcie zdalności, poszczególne stany eksploatacyjne obejmują:

$E_Z(e_1, e_2)$ – samochody zdalne,
 $E_N(e_3, e_4)$ – samochody niezdatne,

- gdzie: e_1 – stan oczekiwania na uruchomienie przez samochody zdadne,
 e_2 – stan ruchu (pracy) samochodów zdalnych,
 e_3 – stan obsługi samochodów niezdatnych,
 e_4 – stan oczekiwania na uruchomienie przez samochody z nieujawnionymi wadami obsługiwanymi (utajona niezdatność) oraz uszkodzone w czasie wyczekiwania.

Graf procesu w obszarze wyróżnionych stanów E i relacji R jako ergodyczny łańcuch Markowa przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Graf procesu eksploatacji pojazdu z oczekiwaniem na pracę

Strukturę procesu opartego na zbiorze stanów E i relacjach między nimi R będzie opisywać macierz prawdopodobieństw przejść.

Poszczególne przejścia na rys. 1 oznaczają:

$\lambda_1(1-a) = \lambda_{12}$ – prawdopodobieństwo przejścia ze stanu e_1 do stanu e_2 , zależne od intensywności uszkodzeń samochodu oraz intensywności jego użytkowania,

$\lambda_2(1-b) = \lambda_{21}$ – prawdopodobieństwo przejścia ze stanu e_2 do stanu e_1 , zależne od intensywności uszkodzeń samochodu oraz przebiegu w dniu użytkowania,

$\lambda_2b = \lambda_{23}$ – prawdopodobieństwo przejścia ze stanu e_2 do stanu e_3 , zależne od intensywności uszkodzeń samochodu oraz wielkości realizowanego przebiegu w dniu użytkowania,

$\mu p_B = \mu_{34}$ – prawdopodobieństwo przejścia ze stanu e_3 do stanu e_4 , zależne od intensywności obsługi oraz prawdopodobieństwa wadliwie wykonanej odnowy,

$a\lambda_1 = \lambda_{14}$ – prawdopodobieństwo przejścia ze stanu e_1 do stanu e_4 , zależne od intensywności użytkowania samochodu oraz intensywności uszkodzeń w czasie oczekiwania na użytkowanie,

$\mu(1 - p_B) = \mu_{31}$ – prawdopodobieństwo przejścia ze stanu e_3 do stanu e_1 , zależne od intensywności odnowy zdadności oraz prawdopodobieństwa prawidłowo wykonanej odnowy,

$\lambda_4 = \lambda_{43}$ – prawdopodobieństwo przejścia ze stanu e_4 do stanu e_3 , zależne od prawdopodobieństwa niepoprawnego obsługiwanania lub/i uszkodzenia w czasie oczekiwania na pracę.

Dla wyróżnionego zbioru stanów i relacji między nimi, układ równań różniczkowych Kołmogorowa przyjmuje następującą postać (4).

$$\begin{aligned} p_1'(t) &= -\lambda_1 p_1(t) + \lambda_2 p_2(t)(1 - b) + \mu(1 - p_B) p_3(t) \\ p_2'(t) &= -\lambda_2 p_2(t) + \lambda_1 p_1(t)(1 - a) \\ p_3'(t) &= -\mu p_3(t) + \lambda_4 p_4(t) + \lambda_2 b p_2(t) \\ p_4'(t) &= -\lambda_4 p_4(t) + \mu p_3(t) p_B + \lambda_1 a p_1(t) \end{aligned} \tag{4}$$

Wówczas dla procesu w dowolnej chwili (t_0), opisanego wektorem rozkładu początkowego $P(0)$, po wstawieniu do wzorów konkretnych wartości parametrów, można skwantyfikować prawdopodobieństwa stanów dla dowolnej chwili czasu $t > t_0$.

Prawdopodobieństwo stanu p_3 może stanowić wskaźnik obciążenia systemu obsług. Suma prawdopodobieństw stanów, w których pojazd jest zdadny, określa gotowość techniczną. W tym przypadku będą to stany p_1 i p_2 . Ich suma wyznacza prawdopodobieństwo tego, że samochód jest w stanie podjąć i realizować działanie w danych warunkach, w danej chwili przy założeniu, że zostały dostarczone wymagane „środki obsługi” dostarczane przez organizację utrzymującą samochody w gotowości.

4. Przykłady modelowania w analizie i ocenie utrzymania

4.1. Model gotowości pojazdu dla warunków granicznych

Jeżeli modelowany proces ma charakter ergodyczny, to wprowadzając warunek normujący, że $\sum p = 1$, układ równań można rozwiązać dla warunków granicznych [9] jako równania algebraiczne.

Po rozwiązaniu układu równań, otrzymuje się wzory wyrażające prawdopodobieństwa przebywania pojazdu w wyróżnionych stanach w funkcji parametrów procesu. Suma praw-

dopodobieństw stanów, w których samochód znajduje się w stanie zdatnym, określa gotowość funkcjonalną. W tym przypadku będą to stany (e_1 i e_2), a zatem wskaźnik gotowości jako suma prawdopodobieństw (p_1 i p_2), przyjmuje następującą postać (5),

$$K_g = \lambda_4 \mu (1 - p_B) \frac{\lambda_1 (1 - a) \lambda_2}{A} \quad (5)$$

Wskaźnik obciążenia systemu obsługi, który wynika ze wzoru na prawdopodobieństwo stanu p_3 wyraża się zależnością (6)

$$p_3 = K_o = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_4 a}{A} \quad (6)$$

Uwzględniając (7)
$$\sum p_i = 1 \quad (7)$$

w sytuacji gdy $p_B > 0$, prawdopodobieństwo zaistnienia stanu p_4 wyraża zależność (8)

$$p_4 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \mu a p_B}{A} > 0 \quad (8)$$

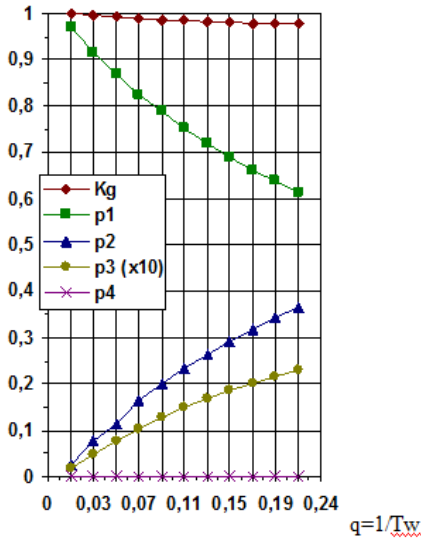
gdzie: $A = (\lambda_4 \mu (1 - p_B) \lambda_1 (1 - a) \lambda_2) + (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_4 a) + (\lambda_1 \lambda_2 \mu a p_B)$

Przedstawione wzory wskaźników K_g , K_o , p_4 pozwalają na badania wpływu poszczególnych parametrów procesu eksploatacji dla pojazdu, w tym również wpływ wadliwości napraw.

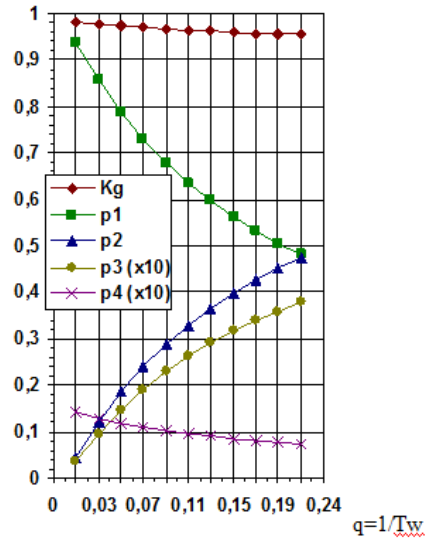
Przykład wykorzystania otrzymanych wzorów do analizy wpływu zmian wartości parametrów (T_o i p_B) w funkcji częstości użytkowania samochodu (q) zależnej od średniego czasu oczekiwania (T_w) na:

- ⇒ wskaźnik gotowości funkcjonalnej (K_g),
- ⇒ obciążenie podsystemu obsługi (K_o),
- ⇒ wielkość prawdopodobieństwa stanu p_4 , w którym samochód, będąc w stanie utajonej niezdatności, oczekuje na użytkowanie, przedstawiają rys. 2 i 3.

O wielkościach parametrów procesu w systemie eksploatacji, a więc i rozkładzie prawdopodobieństw stanów w stanie oczekiwania, decydować będzie przebieg samochodu między uszkodzeniami Su [km], jego intensywność użytkowania (q) oraz oczekiwany czas odnowy zdatności (T_o), a także jakość (skuteczność) wykonanej odnowy zdatności (p_B), zależnej od organizacji procesu odnowy i organizacji odbioru pojazdu po wykonanej odnowie.



Rys. 2. Prawdopodobieństwo stanu p_4 , w którym samochód, będąc w stanie utajonej niezdatności, oczekuje na użytkowanie, dla danych: $S_u=1000, p_B=0, T_o=3$



Rys. 3. Prawdopodobieństwo stanu p_4 , w którym samochód, będąc w stanie utajonej niezdatności, oczekuje na użytkowanie, dla danych: $S_u=1000, p_B=0,2, T_o=5$

Przyjęty w tym przypadku model procesu, służący do analizy wpływu na gotowość funkcjonalną stanu p_4 , uwzględnia wpływ jakości napraw i umożliwia ocenę tego wpływu dla warunków granicznych. Model ten nie pozwala jednak na badania funkcji przejścia.

W chwili przejścia pojazdu ze stanu oczekiwania w stan pełnego funkcjonowania występuje zjawisko skokowej zmiany parametrów intensywności użytkowania. Wówczas obciążenie stanowisk obsługi będzie wynikać z intensywności uszkodzeń samochodów użytkowanych w stanie pełnego funkcjonowania oraz dodatkowo strumienia zgłoszeń samochodów będących w stanie utajonej niezdatności, które oczekiwały na uruchomienie. Badając funkcje przejścia, można uzyskać informacje, jak zmieniają się parametry strumienia potrzeb naprawczych w czasie, aż do osiągnięcia stanu stabilnego w nowych warunkach.

4.2. Model funkcji przejścia dla samochodów eksploatowanych akcyjnie

Z własności procesów Markowa dyskretnych w stanach i ciągłych w czasie wynika, że znając macierz intensywności przejść $\Lambda(t)$ oraz wektor rozkładu prawdopodobieństwa (9) dla momentu (t_0),

$$P(t_0) = [p1(t_0), p2(t_0), \dots] \tag{9}$$

możemy wyznaczyć wektor rozkładu prawdopodobieństwa dla dowolnego momentu czasowego $t > t_0$ [9], rozwiązując wektorowe równanie różniczkowe (10).

$$\frac{d}{dt}[p(t)] = p(t)\Lambda(t) \quad (10)$$

Znajomość wektora rozkładu $p_0 = [p_1(t_0), p_2(t_0), \dots]$ i parametrów procesu w czasie $t_0 + dt$, pozwala wyznaczyć wektor rozkładu prawdopodobieństwa dla dowolnej chwili $t_0 < t < t_1$. Jeżeli znany jest wektor rozkładu prawdopodobieństwa dla $t_1 - t_0 \geq t$ stabilizacji, wówczas znany jest czas stabilizacji procesu w danym stanie oraz parametry funkcji przejścia, w przedziale czasu od stanu początkowego do stanu stabilnego.

Właśnie czas stabilizacji i parametry przebiegu funkcji przejścia podlegają badaniu – jako rezultaty zmian wartości parametrów procesu eksploatacyjnego.

Dla eksploatacji akcyjnej pojazdów w dowolnej chwili ($t < t_0$), każdy $n_i \in N$, $i = 1, 2, \dots, N$ znajduje się w jednym ze stanów (rys. 1).

Ilościowo określa to rozkład prawdopodobieństw $p_{ei} = (p_{e1}, p_{e2}, p_{e3}, p_{e4})$ przebywania samochodu w wyróżnionych stanach (E). Rozkład ten dla dowolnej chwili zależy od parametrów procesu (λ_u, T_o, p_b, q).

W sytuacji wystąpienia potrzeby przejścia systemu ze stanu P w stan W skokowo zmienia się wartość parametru intensywności pracy (q).

W takiej sytuacji można zbadać:

- a) przebieg zmian prawdopodobieństw w czasie ($t > t_0$), przy skokowej zmianie parametru q (q_0 na q_f) w chwili t_0 .
- b) czas (czas przejścia) do ustabilizowania się wartości poszczególnych stanów procesu w nowej sytuacji eksploatacyjnej.

Założmy, że struktura analizowanego procesu, oparta na zbiorze stanów (E) i relacjach między nimi (R), przyjmuje postać przedstawioną macierzą przejść (A).

Ten model macierzowy procesu daje wektorowe równanie różniczkowe (11).

$$\frac{d}{dt}[p(t)] = p(t)\Lambda(t) \quad (11)$$

Rozwiązanie tego układu równań stwarza możliwości badania funkcji przejścia dla poszczególnych stanów.

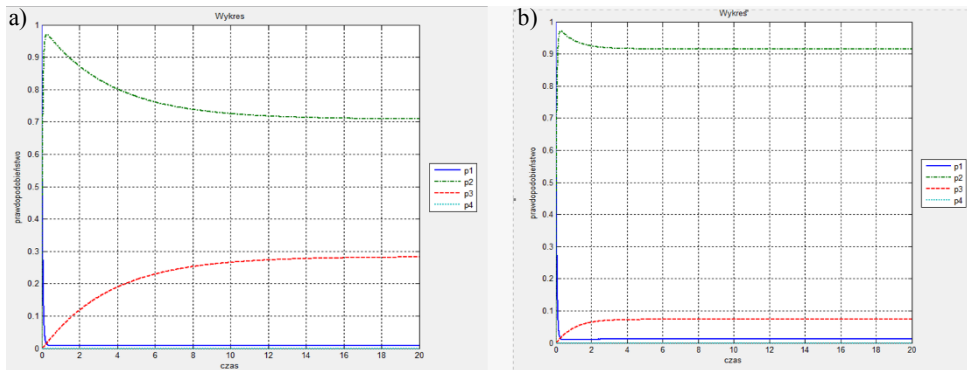
Znajomość wektora rozkładu początkowego $p(t_0) = [p_1(t_0), p_2(t_0), \dots]$ i parametrów procesu w czasie $t > t_0$ pozwala wyznaczyć wektor rozkładu prawdopodobieństwa dla dowolnej chwili $t > t_0$.

Zbadanie parametrów charakterystyki przejścia, tj. monotonicznej zmiany prawdopodobieństw stanów eksploatacyjnych oraz czasu trwania tych zmian do chwili uzyskania rozkładu granicznego w nowej sytuacji eksploatacyjnej, stanowić będzie podstawę do prognozowania gotowości oraz potrzeb na środki obsługi w czasie przejścia oraz czas do osiągnięcia stanu stabilnego w nowej sytuacji.

Przykładowe funkcje przejścia przedstawiają charakterystyki na rys. 4a i 4b dla danych:

- przebieg samochodu między uszkodzeniami $S_u = 600$ km,
- intensywność użytkowania samochodu w stanie oczekiwania $q_o = 5$ km/dobę,
- intensywność użytkowania samochodu po przejściu w stan realizowanej misji, $q_f = 160$ km/dobę,
- czas odnowy zdatności: a) $T_o = 5$ h, b) $T_o = 1$ h.

Z przebiegu charakterystyk gotowości samochodów w czasie przejścia w stan pełnego funkcjonowania wynika, że znaczny wpływ na gotowość ma niezawodność.



Rys. 4. Funkcje przejścia dla: a) $S_u = 600$ km, $T_o = 5$ h; b) $S_u = 600$ km, $T_o = 1$ h

Szczególnie jednak ilościowy wpływ na kształtowanie gotowości eksploatowanych samochodów w czasie przejścia oraz na okres stabilizacji gotowości w stanie pełnego funkcjonowania ma czas odnowy ich zdatności. Czas ten jest składową czasów cząstkowych, tj. czasu oczekiwania na stanowisko odnowy zdatności, czasu roboczego trwania naprawy, w tym czasu diagnozowania oraz czasu dostarczenia potrzebnych technicznych środków materiałowych.

5. Podsumowanie i wnioski

1. Opracowany model procesu eksploatacji samochodów z oczekiwaniem pozwala na analizę i ocenę ilościową wpływu na gotowość funkcjonalną samochodów wielu czynników, w tym stanu utajonej niezdatności. Na przykładach wskazano, że ilościowo gotowość funkcjonalna samochodu zależy od intensywności jego użytkowania. W praktyce eksploatacyjnej z oczekiwaniem samochody użytkowane są ze zróżnicowaną intensywnością, co wskazuje, że gotowość funkcjonalna w danej chwili powinna być w praktyce monitorowana dla każdego pojazdu indywidualnie.
2. Przedstawiony model może być wykorzystany w systemie informacyjnym wspomagania zarządzania eksploatacją do analizy i oceny aktualnej gotowości pojazdów, ale też do opracowania koncepcji zmian parametrycznych lub/i strukturalnych korygujących proces eksploatacji stanowiących podstawę wyboru odpowiedniego wariantu do wdrożenia.

6. Literatura

1. Bagiński A.: Rozwój komputerowych systemów wspomaganie eksploatacji statków powietrznych. Inspektorat Wsparcia Sił Zbrojnych Szefostwo Techniki Lotniczej, Poznań 2012.
2. Figurski J., Kłosowski A., Sterniczuk E., Zólkowski J.: Model oceny gotowości pojazdów specjalnych w sytuacjach kryzysowych. Wydział Logistyki WAT, Zeszyt 135/ nr 3/2015.
3. Girtler J., Ślęzak M.: Model stochastyczny czterostanowy zmian stanów niezawodnościowych samochodu. Eksploatacja i Niezawodność, Vol. 15, No.2, 2013.
4. Grabski F., Jaźwiński J.: Stochastic Reliability Model of Multi-Modal Transport System. The Archives of Transport, Vol. XIX, No 1-2, 2007.
5. Kaleta R., Zieja M., Witoś M.: Systemy informatycznego wsparcia Lotnictwa Sił Zbrojnych RP. Logistyka 6/2014.
6. Kończak J.: Metoda wyznaczania wskaźników niezawodności dla wojskowych pojazdów mechanicznych eksploatowanych nieregularnie. Rozprawa doktorska, Instytut Lotnictwa, Warszawa 2017.
7. Kruk Z.: Problematyka prognozowania gotowości operacyjnej samochodów w systemie transportowym z oczekiwaniem na funkcjonowanie. Warszawa 2018.
8. Młynarski S., Smolnik M., Szybka J., Wiązania G.: A Method for rapid evaluation of k-out-of-n systems reliability. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2019; 21 (1): 170–176, DOI 10.17531/ein.2019.1.20.
9. Pilch R.: Extending the Possibilities of Quantitative Determination of SIL – a Procedure Based on IEC 61508 and the Markov Model with Common Cause.
10. Plucińska A., Pluciński E.: Probabilistyka: statystyka matematyczna, procesy stochastyczne, rachunek prawdopodobieństwa . PWN, Warszawa 2017.
11. Przybysz K.: Gotowość operacyjna dla pojazdów wojskowych w aspekcie bezpieczeństwa. Rozprawa doktorska, ITWL, Warszawa 2017.
12. Simiński P.: Wojskowe pojazdy kołowe. WITPiS Sulejówek–Warszawa 2015.
13. Smalko Z.: Podstawy eksploatacji technicznej pojazdów. Oficyna wydawnicza Politechniki Warszawskiej. Warszawa 1998.
14. Szymoniak A.: Niezawodność i podatność obsługowa wyrobów obronnych instrumentami regulacji łańcucha logistycznego. Zeszyty Naukowe Akademii Marynarki Wojennej, nr 1(172) 2008.
15. Zieja M., Pazur A., Szelmanowski A.: Komputerowy system zarządzania gotowością operacyjną zintegrowanych systemów łączności dla polskich śmigłowców wojskowych. Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej, Nr 59, 2018.